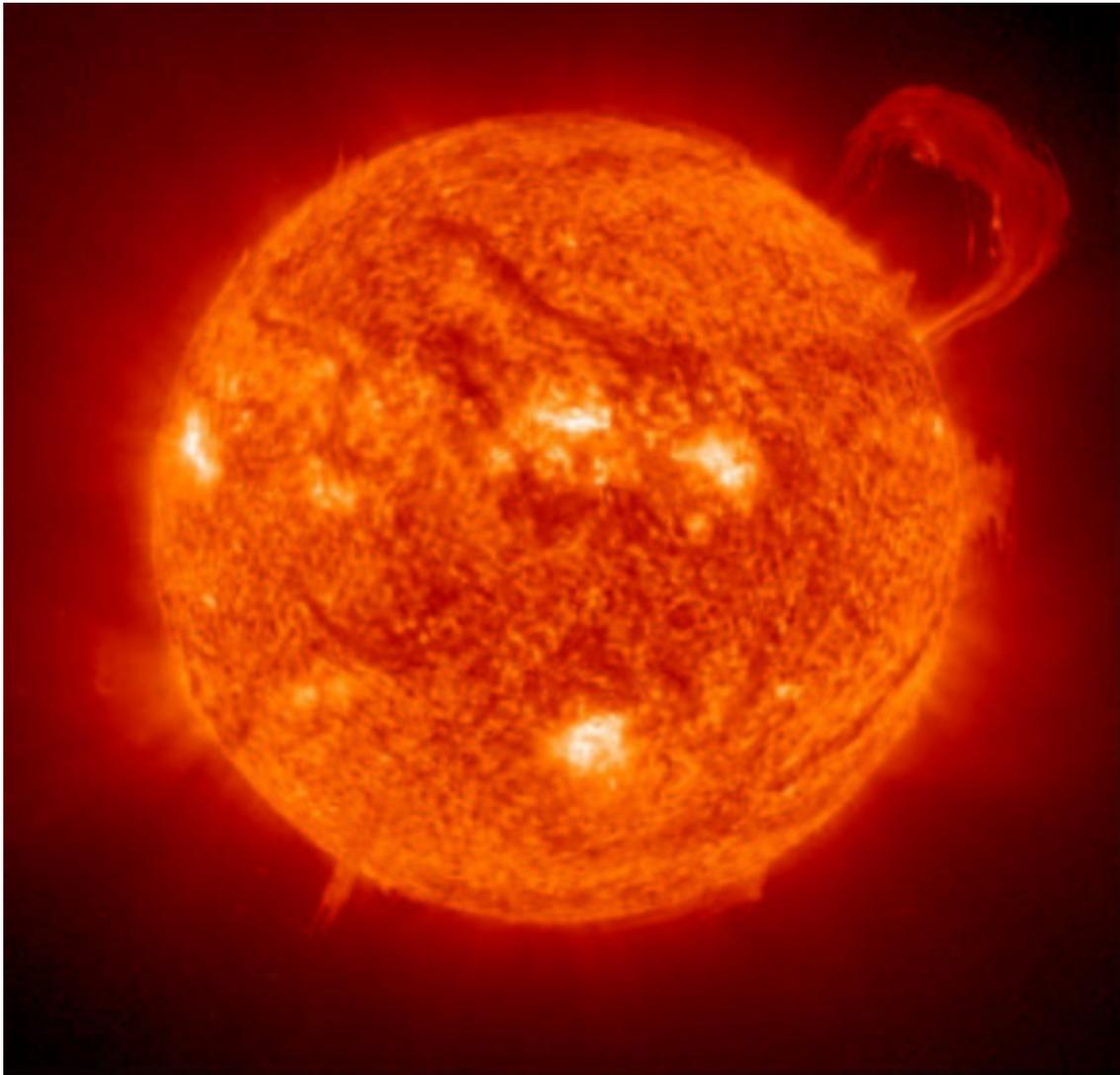


FUSIONS-UNDGRAVITATIONSENERGIE VONSTERNEN



spezialgebiet in physik
marco massen
b6blumenstrasse 2003

Inhaltsverzeichnis

1.Kernfusion	1
1.1. Allgemeines	1
1.2. Verschmelzung	1
1.3. Thermonukleare Reaktion	1
2.Die Leuchtkraft der Sonne	3
3.Das Gleichgewicht in Sternen	5
4.Das Endstadium der Sterne	8
4.1. Weißer Zwerg	9
4.2. Neutronenstern	10
4.3. Pulsar	10
4.4. Supernova	11
4.5. Schwarzes Loch	12

1.KERNFUSION

1.1.ALLGEMEINES

Wenn zwei Atomkerne verschmelzen wird im allgemeinen mehr Energie frei, als wenn einer gespalten wird. Zur Fusion müssen die Kerne sehr nahe beieinander sein, wofür eine relativ große Energie nötig ist. Für kleine Kerne muss schon eine Energie von ca. 1 MeV aufgewendet werden.

1 eV ist die Energie, die ein Elektron erhält, wenn es durch ein elektrisches Feld mit der Spannung $U = 1 \text{ V}$ geht

Die Energie, die aufgewendet werden muss ist größer als die, die bei der Verschmelzung frei wird, darum kann die Kernfusion (noch?) nicht zur Energiegewinnung genutzt werden.

1.2.VERSCHMELZUNG

Ein Gas wird auf eine extrem hohe Temperatur erhitzt bis sich ein Plasma bildet, das nur noch aus den Atomkernen und den freien Elektronen besteht, es also vollkommen ionisiert ist. Die Temperatur, die nötig ist um diesen Zustand zu erreichen, beträgt bei kleinen Atomkernen etwa $5 \cdot 10^9 \text{ K}$. Da aber ein Teil der Kerne schon bei niedrigeren Temperaturen eine ausreichende Bewegungsenergie hat, kann man die Mindesttemperatur auf etwa 10^6 K ansetzen.

1.3.THERMONUKLEAREREAKTION

Eine Fusion zweier oder mehrerer (leichter) Atomkerne durch einen Zusammenstoß (= durch Bewegungsenergie).

Sonne: $4 \cdot \frac{1}{1}H \rightarrow 1 \cdot \frac{4}{2}He + e^+ + n^0 + 26,7 \text{ MeV}$ (\approx die Bindungsenergie von Helium)

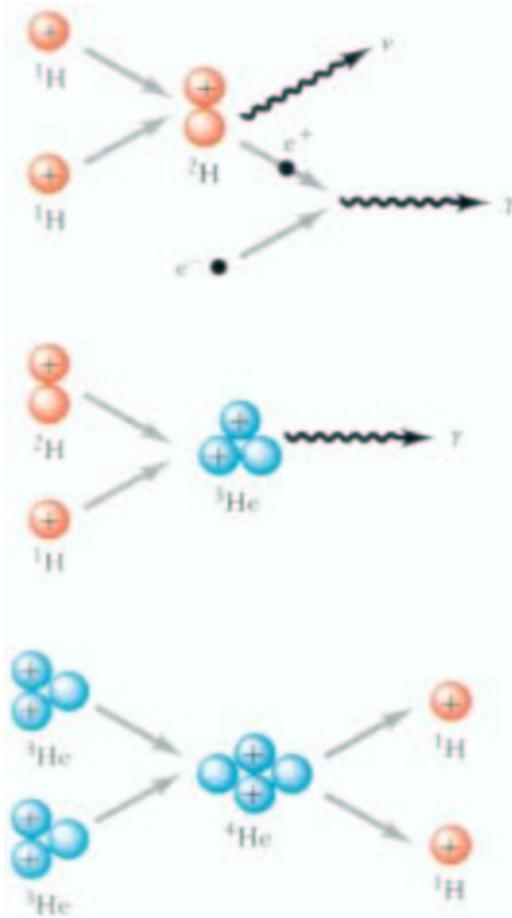
Genau genommen fusionieren 2 Heliumkerne, also Protonen. Man nennt diesen Vorgang auch Proton-Proton-Reaktion (p-p-Reaktion).

Da die Abstoßung der positiven Teilchen untereinander aber sehr groß ist, können sie nicht durch einfache Bewegungsenergie fusionieren. Mit Hilfe der Quantenmechanik, speziell dem Heisenberg'schen Unschärfe-Prinzip, kann man diesen Vorgang dennoch nachvollziehen.

Licht verhält sich gleichzeitig wie eine Welle und wie ein Teilchen – subatomare Teilchen ebenso, wobei ihre Wellenlänge von ihrer Energie abhängt. Dadurch kann man nie genau den Ort und die Geschwindigkeit eines Teilchens angeben. Die Unschärfe des Ortes multipliziert mit der Unschärfe des Impulses (Masse mal Geschwindigkeit) ist etwa gleich der Plank'schen Konstante h (= die Unschärferelation = $0,66 \cdot 10^{-33}$). Da diese Zahl sehr klein ist, ist die Unschärfe bei größeren Maßstäben nicht von Bedeutung, bei Atomen jedoch schon.

Durch die Unschärferelation ergibt sich, dass ein Teilchen auf seiner Welle überall sein

kann. Die Wahrscheinlichkeit, dass es sich an einem bestimmten Ort befindet, hängt von der Amplitude der Welle ab und nimmt mit größerer Entfernung zum wahrscheinlichsten Ort schnell ab. Dennoch kommt es vor, dass sich zwei Protonen nahe genug kommen (ca. 10^{-15} m) und sich dadurch durch die elektrische Barriere „hindurchtunneln“. Diesen Vorgang nennt man „**Tunneleffekt**“.



Wenn jetzt diese beiden Wasserstoffkerne zusammentreffen, entsteht ein *Deuterium*, da sich ein Proton in ein Neutron verwandelt.

Ein Deuterium ist ein ^2H , also ein Wasserstoff mit einem Proton und einem Neutron im Kern

Bei dieser Verwandlung gibt es seine positive Ladung in Form eines *Positrons* ab. Bei diesem Prozess wird auch etwas Energie und ein Neutrino frei (siehe Formel oben). Es ist also die Umkehrung des radioaktiven β -Zerfalls, wird daher auch **inverser β -Zerfall** genannt.

Ein Positron ist positives Elektron. Es ist ein Teilchen mit umgekehrter elektrischer Ladung, auch „Antimaterie“ genannt. Da Materie und Antimaterie nicht nebeneinander existieren können, vernichten sich das eben gebildete Positron und ein freies Elektron gegenseitig in einem Energieblitz in Form eines Gammastrahls.

Da es aber sehr selten vorkommt, dass zwei Protonen durch den Tunneleffekt fusionieren (ein Proton braucht etwa 10^{10} a bis es durch

Zusammenstöße mit anderen Teilchen schnell genug dazu wird), explodiert die Sonne nicht schlagartig, sondern brennt mehrere Milliarden Jahre, es gibt nämlich so viele Protonen in ihr, dass immer ein paar fusionieren. Das gebildete Deuterium absorbiert innerhalb von nur einer Sekunde ein weiteres Proton (unter Aussendung eines Gammastrahls), das sich allerdings nicht in ein Neutron verwandelt, sondern seine Form beibehält. Diese drei Teilchen bilden dann einen leichten Heliumkern: ^3He . Nach weiteren ca. 10^6 Jahren stoßen dann zwei ^3He Kerne mit hinreichend großer Geschwindigkeit aufeinander, sodass sie zu einem ^4He verschmelzen und dabei jeweils ein Proton wieder abgeben. Durch diese Vorgänge werden ca. 77% der Sonnenenergie produziert.

2. DIE LEUCHTKRAFT DER SONNE

Pro m^2 Erdoberfläche strahlt die Sonne ca. 1330 W. Dieser Wert wird *Solarkonstante* genannt.

$$\text{Solarkonstante} = 1,33 \text{ kW} / m^2$$

Wenn man die Oberfläche einer Kugel mit dem Radius der Entfernung Sonne-Erde annimmt, kann man die Strahlungsleistung der Sonne berechnen.

$$P = \text{Solarkonstante} \cdot 4 \pi r^2 = 1,33 \cdot 10^3 \text{ W} / m^2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 1,5 \cdot 10^{11} m = 3,76 \cdot 10^{26} \text{ W}$$

Um den Massendefekt für diese Leistung pro Sekunde auszurechnen, muss man in folgende Formel einsetzen:

$$E = \Delta m \cdot c^2 \rightarrow \Delta m = \frac{E}{c^2}$$

$$\Delta m = \frac{3,74 \cdot 10^{26} \text{ W}}{(3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2} = 4,2 \cdot 10^9 \text{ kg}$$

Da nur 0,7% der verbrannten Wasserstoffs in Energie umgewandelt werden, wird pro Sekunde $6 \cdot 10^{11} \text{ kg}$ Wasserstoff verbraucht.

Bis 1% der Sonnenmasse verbraucht ist, dauert es ca. 1 Milliarde Jahre, da die sie eine Masse von $2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ besitzt:

$$t = \frac{2 \cdot 10^{30} \text{ kg} \cdot 0,01}{6 \cdot 10^{11} \text{ kg/s}} = 3,3 \cdot 10^{16} \text{ s} \approx 10^9 \text{ a}$$

Mit diesen Berechnungen wurde den Physikern klar, woher die Energie der Sonne stammt. Frühere Annahmen, die von Kohlekraftwerken bis zu Kernspaltungsbomben führten, stellt sich als falsch heraus.

Zum Vergleich: Eine Kernspaltungsbombe entfesselt etwa eine Energie von 20.000 Tonnen TNT, eine Wasserstoffbombe hingegen etwa von 6.000.000 Tonnen, eine Steigerung um den Faktor 3000 also.

Die Sonne ist ein Schwarzer Körper. Bei diesen Objekten besteht ein Zusammenhang zwischen Wellenlänge und Temperatur.

Ein Schwarzer Körper ist ein idealisierter Körper, der elektromagnetische Strahlung jeder Wellenlänge absorbiert und selbst Strahlung entsprechend seiner Temperatur emittiert.

WIEN'SCHES VERSCHIEBUNGSGESETZ :

Das Produkt der Temperatur und der Wellenlänge maximaler Strahlung ist konstant

$$\lambda_{\max} \cdot T = b$$
$$b = 2,9 \cdot 10^{-3}$$

Die Sonne strahlt vom UV bis zum IR Bereich. Die höchste Wellenlänge, die sie abstrahlt ist 500nm.

$$T = \frac{b}{\lambda_{max}} = \frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{500 \cdot 10^{-9}} = 5800 K$$

Die Oberflächentemperatur der Sonne beträgt also 5800° Kelvin.
Diesen Wert kann man auch noch anders berechnen:

STEFAN BOLTZMANN ' SCHE GESETZ :

*Das Emissionsvermögen eines Körpers
nimmt mit der vierten Potenz seiner
absoluten Temperatur zu.*

$$P = A \cdot G \cdot T^4$$

$A = \text{Fläche}, G = 5,67 \cdot 10^{-8}$

$$T = \sqrt[4]{\frac{P}{A \cdot G}} \Leftrightarrow T = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot 10^{26}}{6,2 \cdot 10^{18} \cdot 5,67 \cdot 10^{-8}}} \approx 5800 K$$

3. DAS GLEICHGEWICHT IN STERNEN

Allgemein ausgedrückt sind Sterne oder Sonnen kontrahierende Gasmassen. Da sich auf der Erde Leben entwickelt hat, kann man darauf schließen, dass sich das Klima im Laufe der letzten Millionen Jahre nicht nennenswert verändert hat, also ist auch die Sonnenstrahlung relativ stabil. Wie kann aber bei einer dermaßen großen Energieabstrahlung so ein Stern überhaupt stabil sein? Und wie kommt so ein Gleichgewicht trotz der ständigen Kontraktion zustande?

$$\text{Gravitationsfeldstärke: } g = \frac{G \cdot m}{r^2}$$

$$\text{Druck: } p = \rho \cdot m \cdot h$$

$$\text{Gewichtsdruck / Gravitationsdruck} = p_0 = \rho \cdot g \cdot r = \frac{\rho \cdot G \cdot m}{r} \Leftrightarrow \frac{p_0}{\rho} = \frac{G \cdot m}{r}$$

Der Gravitationsdruck, der nach „innen“ drückt, muss gleich groß sein wie der Gasdruck, der nach „außen“ drückt, damit ein Gleichgewicht entstehen kann.

$$p_0 = \frac{\rho \cdot G \cdot m}{r} \Leftrightarrow \frac{p_0}{\rho} = \frac{G \cdot m}{r} \quad \text{Bedingung für stabile Sterne}$$

Die obige Schreibweise wurde so gewählt, dass auf der linken Seite die Eigenschaften des Sterns stehen und rechts Werte stehen, die von der Art des selben unabhängig sind.

Ein Stern wird dann „stabiler Stern“ genannt, wenn die Kontraktion durch den Gasdruck gestoppt wurde, also beide gleich groß sind.

Die Gravitationsenergie, die bei der Kontraktion eines Sternes frei wird, also die Bindungsenergie durch Gravitation, wird folgendermaßen berechnet:

$$E_g = - \frac{G \cdot m^2}{r}$$

Wie bei einem Atomkern kann man die Stärke der Bindung durch den relativen Massendefekt angeben:

$$\Delta m = \frac{E_g}{c^2} = - \frac{G \cdot m^2}{r \cdot c^2} \Leftrightarrow \frac{\Delta m}{m} = - \frac{G \cdot m}{r \cdot c^2} \quad \text{Relativer Massendefekt durch freigegebene Gravitationsenergie}$$

Um das Gleichgewicht für einen Normalstern zu berechnen, treffe ich folgende Annahmen:

- Der Stern besteht zu 100% aus Wasserstoff (normalerweise ca. 90%)
- Alle Atome (H) sind ionisiert, das heißt sie liegen in freien Protonen und Elektronen vor (= Plasma)
- Der Stern ist ein ideales Gas, die Temperatur ist so hoch, dass die Kräfte zwischen den Teilchen nicht mehr wirken

$$\rho = m_p \cdot n_p + m_e \cdot n_e$$

Weil m_e sehr klein ist, schreibt man:

$$\rho = m_p \cdot n_p$$

$$n_p = \text{Anzahl der } H^+ / m^3$$

$$n_e = \text{Anzahl der } e^- / m^3$$

$$n_p = n_e$$

$$n = 2 \cdot n_p = \text{Anzahl aller Teilchen pro } m^3$$

Gaszustandsgleichung:

$$p = n \cdot k \cdot T = 2 \cdot n_p \cdot k \cdot T = \frac{2 \cdot \rho \cdot k}{m_e} \cdot T$$

Wenn man jetzt in die Zustandsgleichung $p_0 = \rho$ von weiter vorne einsetzt, ergibt sich folgendes:

$$\frac{p_0}{\rho} = \frac{G \cdot m}{r} \Leftrightarrow \frac{2 \cdot \rho \cdot k \cdot T_0}{m_p \cdot \rho} = \frac{G \cdot m}{r} \Leftrightarrow \frac{r \cdot T_0}{m} = \frac{G \cdot m_p}{2 \cdot k} = \text{const.}$$

Aus dieser Formel ergeben sich folgende Eigenschaften:

- Die Masse des Sterns ist umgekehrt proportional zur Temperatur im Kern. Die bei der Kontraktion frei werdende Energie wird zur Hälfte zum Aufheizen des Sterns verwendet und zur Hälfte abgestrahlt. Am Anfang seines Lebens ist er kühl und hat eine geringe Leuchtkraft, doch im Laufe der Kontraktion wird er heißer, die Oberfläche verringert sich, aber er wird heller. Die Strahlungsleistung pro m^2 ist nämlich proportional zu der vierten Potenz der Temperatur (Stefan Boltzmann'sches Strahlungsgesetz).
- Die Daten unserer Sonne in diese Formel eingesetzt:

$$T_0 = T \text{ im Kern} = \frac{G \cdot m_p \cdot m}{2 \cdot k \cdot r} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{2 \cdot 1,4 \cdot 10^{-23} \cdot 7 \cdot 10^8} = 11,4 \cdot 10^6 \text{ K}$$

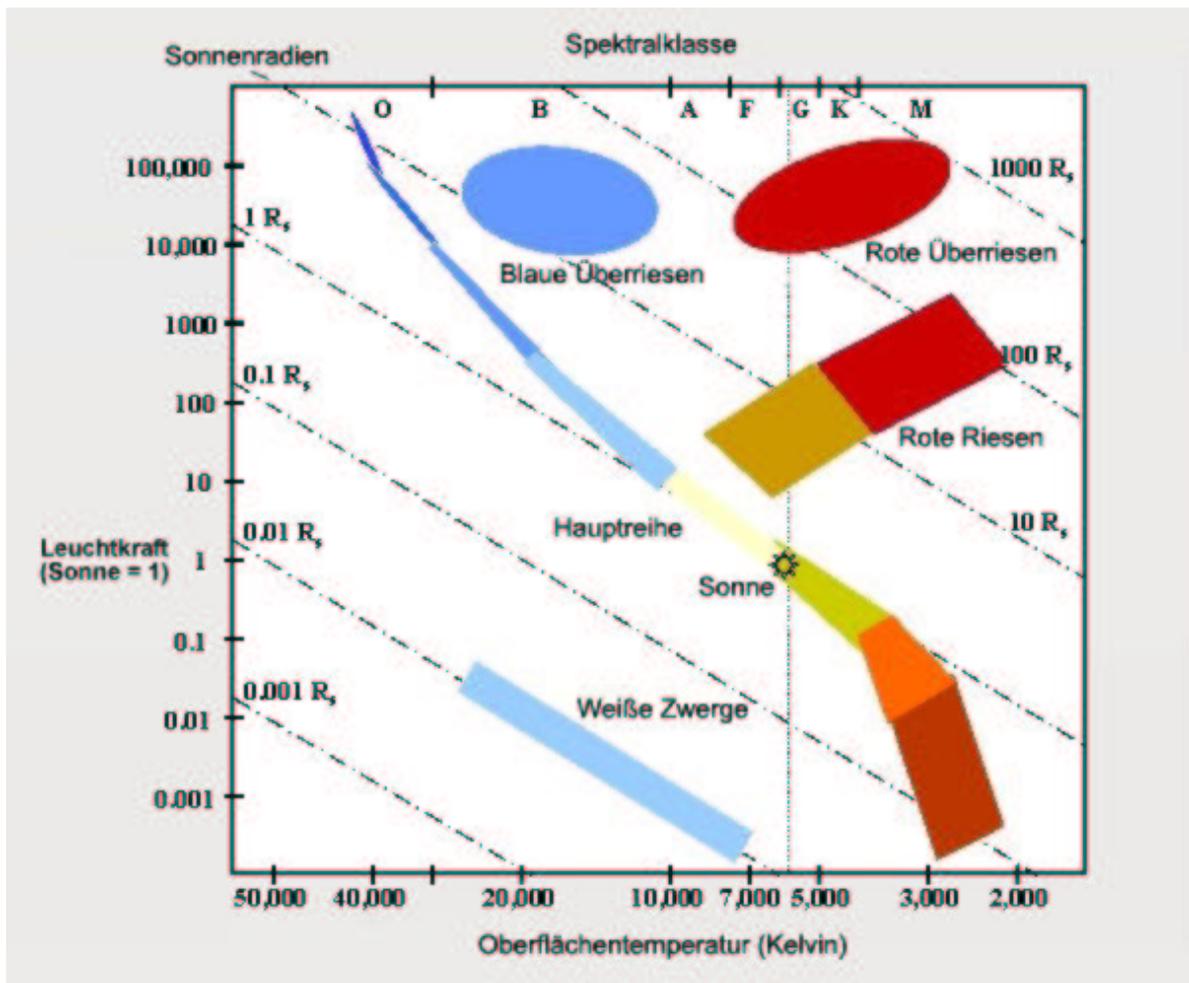
Diese Temperatur ist tatsächlich die, die bei der Fusion von Wasserstoff zu Helium frei wird. Wenn ein neuer Stern geboren wird, muss er aufheizen, bis er in etwa diese Temperatur erreicht, um die Kernfusion als Energiequelle zu nutzen. Davor muss er durch Kontraktion freiwerdende Gravitationsenergie leuchten und aufheizen. Wenn er dann in diesem Stadium ist, wird ihm die abgestrahlte Energie laufend ersetzt und der Stern kann sehr lange ohne Kontraktion in diesem Stadium verweilen.

- Wenn unsere Sonne ihre Energie nur aus Gravitationsenergie gewinnen würde, würde sie nicht so alt werden:

$$E_g = \frac{G \cdot m^2}{r} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 4 \cdot 10^{60}}{7 \cdot 10^8} = 3,6 \cdot 10^{41} \text{ J}$$

$$t = \frac{E_g}{P} = \frac{3,6 \cdot 10^{41}}{3,74 \cdot 10^{26}} = 9,626 \cdot 10^{14} \text{ s} \approx 30 \cdot 10^6 \text{ a}$$

Da die Sonne offensichtlich nur 30 Millionen Jahre alt werden würde, wenn sie ihre Energie alleine aus der Gravitation schöpfen würde, sie aber tatsächlich 6 Milliarden Jahre alt werden wird, verbringt ein Stern den Großteil seines Lebens im Zustand des Wasserstoffbrennens. Wie lange das dauert, besagt das Hertzsprung-Russel-Diagramm: große Sterne sind heißer, verbrennen den Wasserstoff schneller und leben dadurch kürzer (manchmal sogar nur wenige Tausend Jahre).



Hertzsprung-Russel-Diagramm:

Auf der x-Achse wird die Temperatur abgetragen, auf der y-Achse die Leuchtkraft. 90% aller Sterne befinden sich auf dem diagonalen Band. Diagonal kann man auch noch den Radius des Sterns ablesen.

- Ein Stern entsteht nur, wenn im Zentrum der Gasballung die zur Kernfusion nötige Mindesttemperatur erreicht wird. Wenn die Masse des kontrahierenden Gases kleiner als ein Zehntel der Sonnenmasse ist, wird dieses Ziel nicht erreicht: Es entstehen keine extremen Temperaturen, es gibt kein Plasma und dadurch bleiben Atome bestehen. Jupiter ist nicht allzu weit davon entfernt eine Sonne zu sein.
- Ein Stern enthält neben den Teilchen auch noch Elektromagnetische Strahlung. Die Photonen verhalten sich ähnlich wie Teilchen und erzeugen einen Druck, den so genannten Strahlungsdruck. Dieser ist vor allem bei großen Sternen wichtig. Wenn die Masse eines Sternes mehr als etwa 60 Sonnenmassen beträgt, wird dieser Druck so groß, dass er Teile der Sternenmaterie wegbläst. Daher ist die Masse eines Sternes auch nach oben begrenzt.

4. DASENDSTADIUM DER STERNE

Nur ca. 10% des Heliums der Sonne kann fusionieren, da der Rest durch Helium behindert wird. Wenn das **Wasserstoffbrennen** im Kern nicht mehr möglich ist, brennt es an der Schale weiter (**Schalenbrennen**). Dabei steigt die Temperatur im Kern weiter an, der Stern bläht sich auf und wird zu einem **Roten Riesen**. Wenn er dann heiß genug wird, beginnt das **Heliumbrennen** im Kern, wobei drei Heliumatome zu einem Kohlenstoffatom fusionieren.

Theorie: Wenn das Heliumbrennen durch zu viel Kohlenstoff behindert wird, beginnt wieder das Schalenbrennen usw. bis irgendwann das gesamte Gas zu **Eisen** fusioniert (Bis Fe wird bei der Fusion Energie frei, danach muss Energie aufgewendet werden).

Praxis: Die nötigen Reaktionsbedingungen wie z.B. Temperatur fehlen, wodurch irgendwann die Reaktion aussetzt.

Der Rote Riese bricht dann in einem *Gravitationskollaps* relativ schnell zusammen, wobei oft ein beträchtlicher Teil der Masse in Form eines expandierenden Nebels abgestoßen wird.

Gravitationskollaps: Wenn die Masse eines Sternes am Ende seiner Entwicklung einen kritischen Wert übersteigt, kollabiert dieser und verdichtet sich. Etwa 1% der freigesetzten Gravitationsbindungsenergie wird dabei teils direkt, teils durch Neutrinos auf die Sternenhülle übertragen und kann somit eine Supernovaexplosion auslösen.

Da die Energie aus der Fusion fehlt, muss der Stern jetzt die gesamte Strahlungsenergie allein mit der Gravitationsenergie decken, denn wie man an der Formel von vorhin sieht ist diese konstant:

$$\frac{r \cdot T_0}{m} = \frac{G \cdot m_p}{2 \cdot k} = \text{const.}$$

Der Stern wird also immer kleiner, heißer und dichter! Mit der Dichte steigt allerdings auch der Gasdruck im Stern an und die Gravitationsenergie muss diesen Druck ausgleichen, wodurch sie nicht mehr für die Erwärmung und Strahlung zur Verfügung steht.

Dadurch stellt sich die Frage, wann der Druck des Elektronengases p_e größer wird als der Druck des Sternengases p_T , wann es also „entartet“:

$$p_e > p_T \Leftrightarrow \frac{h^2}{30 \cdot m_e} \cdot n_e^{5/3} > 2 \cdot n_e \cdot k \cdot T \Leftrightarrow n_e > \left(-\frac{60 \cdot k \cdot T \cdot m_e}{h^2} \right)^{2/3}$$

Für $T = 10^7$ K ergeben sich folgende Werte: $n_e > 2,3 \cdot 10^{-33} \text{ m}^{-3}$
 $\rho = n_e \cdot m_p > 4 \cdot 10^6 \text{ kg/m}^3$

Wenn die Dichte eines Sternes auf mehr als 10^6 kg/m^3 steigt, dann tritt eine starke Entartung des Elektronengases auf. Dann erzeugen die Elektronen einen Großteil des Gasdrucks und werden somit maßgeblich für das Verhalten des Sternes verantwortlich, während die Temperatur an Bedeutung verliert.

Am Anfang ist der Stern durch die Kontraktion noch extrem heiß, kühlt dann aber aus. Das hat aber auf den Druck des Sternengases so gut wie keinen Einfluss mehr, da auch am absoluten Nullpunkt der Druck noch gleich bleibt.

4.1. WEISSERZWERG

Wenn das Elektronengas solche Auswirkungen auf den Stern hat, stellt sich die Frage, ob es nicht auch die Kontraktion des selben stoppen kann, ihn also wieder stabilisieren kann. Wie vorhin lautet die Bedingung für einen stabilen Stern

$$\frac{p_0}{\rho} = \frac{G \cdot m}{r}$$

$$p_e = \frac{h^2 \cdot n_e^{5/3}}{30 \cdot m_e}$$

$$\Rightarrow \frac{h^2 \cdot n_e^{5/3}}{30 \cdot m_e \cdot \rho} = \frac{G \cdot m}{r} \quad \text{Gleichgewichtsbedingung bei entartetem } e^- \text{ - Gas}$$

Wenn man wissen will, bei welchem Radius r ein Stern der Masse m stabil ist, muss man in folgende Formel einsetzen:

$$r \cdot m^{1/3} = \frac{h^2}{30 \cdot G \cdot m_e \cdot m_p} \left(\frac{3}{4 \cdot \pi \cdot m_p} \right)^{2/3} = \text{const.} = 4 \cdot 10^{15} \text{ mkg}^{1/3}$$

Man sieht, dass das entartete Elektronengas den Stern wirklich stabilisiert. Wenn die Masse jedoch größer wird, muss der Radius kleiner werden. Für einen Stern mit Sonnenmasse ergeben sich dabei die Daten eines *Weißes Zwerges*. Der Radius ist dann in der Größenordnung von etwa 10.000 km anzusiedeln.

*Ein Weißer Zwerg ist das Endstadium eines Sternes,
dessen Kontraktion durch das Elektronengas gestoppt wurde.
Er kann eine Dichte von bis zu 10^{11} kg/m^3 haben.
Anfangs ist er noch sehr heiß und sichtbar, kühlt dann
jedoch relativ schnell ab und entzieht sich dem sichtbaren Bereich.
Dieses Stadium kann unbegrenzt lange andauern.*

Nicht jeder Stern wird am Ende seines Lebens zu einem Weißen Zwerg. Sterne großer Massen kontrahieren sehr stark, wenn sie das Gleichgewicht aus der obigen Gleichung anstreben. Dadurch verdichten sie sich auch zu sehr hohen Werten. Die Bewegungsenergie der Elektronen wird dabei sehr hoch, wodurch sich der Druck des Elektronengases, das ja für die Stabilisierung verantwortlich ist, verringert. Folglich

kontrahiert der Stern noch weiter.

Die Faustregel besagt, dass nur Sterne bis etwa 1,4 Sonnenmassen zu Weißen Zwergen werden, also eine Dichte von maximal 10^{11} kg/m^3 haben. Allerdings kann auch ein Stern bis etwa zwei Sonnenmassen dieses Ziel erreichen, wenn er genügend Material abstoßt.

4.2. NEUTRONENSTERN

Wenn die Masse jedoch größer als 1,4 Sonnenmassen ist, also die Dichte über 10^{11} kg/m^3 steigt, tritt ein inverser β -Zerfall auf. Es passiert dann folgendes:

- Es werden Elektronen verbraucht
- Der Druck des Elektronengases wird noch geringer
- Die Kontraktion geht immer weiter
- Es werden Energien frei, die stark genug sind um die letzten bestehenden Atomkerne zu zertrümmern
- Dabei werden Protonen frei
- Diese werden wieder durch den inversen β -Zerfall in Neutronen verwandelt

Die Dichte des so entstandenen **Neutronensterns** steigt auf ca. 10^{16} kg/m^3 , was schon nahe an den Wert der Dichte der Kernmaterie herankommt.

Die Kontraktion kann hier auch wieder gestoppt werden. Vorhin war dafür das entartete Elektronengas verantwortlich, jetzt ist es ein entartetes Neutronengas.

$$\frac{h^2 \cdot n_e^{5/3}}{30 \cdot m_n \cdot \varrho} = \frac{G \cdot m}{r}$$

Wo beim entarteten Elektronengas noch die Masse des Elektrons ausschlaggebend war, ist hier die Masse des Neutrons von Bedeutung. Diese ist etwa 2000 mal größer, wodurch auch der Radius um diesen Faktor kleiner wird, also ca. 5 km! Die Dichte wird um denselben Faktor höher, steigt also auf ca. 10^{17} kg/m^3 ! Die Masse kann auch beim Neutronenstern nicht größer als etwa 1,4 Sonnenmassen werden, lediglich der Radius wird kleiner.

4.3. PULSAR

Es gibt Sterne, die ca. 10 ms lange Pulse mit einer Frequenz von 30 ms bis zu 4 s aussenden. Da die Forscher nicht wussten, was sie mit diesen Daten anfangen sollten, nannten sie diese Sterne LGM1, LGM2, usw. „LGM“ steht dabei für „Little Green Man“, in der Hoffnung darauf, dass diese Pulse von intelligentem Leben ausgesandt wurden. Heute weiß man, dass es sich dabei um Neutronensterne handelt. Die Erklärung für die seltsam regelmäßigen Aussendungen ist folgende:

Jede Sonne dreht sich, hat also einen Drehimpuls.

Durch den Erhaltungssatz, muss der Drehimpuls immer erhalten bleiben. Das heißt, dass

wenn z.B. der Trägheitsmoment auf die Hälfte sinkt, wird automatisch die Winkelgeschwindigkeit doppelt so groß.

Da ein Stern auf dem Weg zu einem Neutronenstern sehr stark kontrahiert, wird die Winkelgeschwindigkeit extrem groß:

$$b = I \cdot \omega$$

b = Drehimpuls
I = Trägheitsmoment
ω = Winkelgeschwindigkeit

$$I = \Sigma \cdot m \cdot r^2$$

Ein extrem kleiner Stern mit einem extrem starken Gravitationsfeld [$g = (m \cdot G)/r^2$] kann sehr schnell rotieren, sogar mit einer solchen Geschwindigkeit, bei der ein größerer Stern zerbersten würde:

$$F_I = m \cdot \omega^2 \cdot r \quad \text{Bei größerem Radius ist die Kraft } F_I \text{ größer}$$

4.4.SUPERNOVA

1054: Von chinesischen und japanischen Astronomen wurde ein bisher nur schwer sichtbarer Stern im Krebsnebel beobachtet, der auf einmal so hell erstrahlte, dass er sogar tagsüber sichtbar war. Bald darauf ist er wieder erloschen. Damals wurde das als die Geburt eines neuen Sternes gedeutet (Nova = neu)

1572: Tycho Brahe beobachtet ein ähnliches Spektakel

1604: Johannes Kepler beobachte auch so einen Vorgang

1970: Im Krebsnebel wird ein Pulsar entdeckt

Heute weiß man, dass die vor Jahrhunderten beobachteten Ereignisse so genannte **Supernovae** waren und dass diese Explosion immer mit der Entstehung eines Neutronensterns zu tun hat. Allerdings gibt es in diesem Stadium der Sternentwicklung keine Kernfusion mehr, woher stammt dann die riesige Energiemenge? Außerdem können bei der Kernfusion höchstens 0,8% der Masse in Energie umgewandelt werden, bei einem Kilogramm also höchstens acht Gramm. Es bleibt nur noch die Gravitationsenergie, die frei werden kann.

Den relativen Massendefekt berechnet man mit

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{G \cdot m}{r \cdot c^2}$$

Somit kann man den Massendefekt bei der Entstehung unserer Sonne, einem Weißen Zwerg und einem Neutronenstern berechnen (alle mit der Masse unserer Sonne):

Sonne :	Weißer Zwerg :	Neutronenstern :
$m = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$	$m = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$	$m = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
$r = 7 \cdot 10^8 \text{ m}$	$r = 10^7 \text{ m}$	$r = 5 \cdot 10^3 \text{ m}$
$\frac{\Delta m}{m} = 0,000002$	$\frac{\Delta m}{m} = 0,00015$	$\frac{\Delta m}{m} = 0,3 = \underline{\underline{30\%}}$

Die bei der Bildung der Sonne oder eines Weißen Zwerges frei werdende Gravitationsenergie ist gegen die durch Kernfusion gewinnbare Energie sehr klein. Bei der extremen Kontraktion zu einem Neutronenstern wird aber eine Gravitationsenergie frei, die den Energiegewinn aus Kernfusion gewaltig übertrifft.

Obwohl die Gravitation die schwächste Wechselwirkung ist, ist die Gravitationsenergie im kosmischen Geschehen die ergiebigste Energiequelle.

Die Gravitationsenergie steckt in:

- der Nullpunktsenergie
- der Rotationsenergie
- dem Energiezuwachs der Neutronen beim inversen β -Zerfall

Die Gravitationsenergie wird genutzt bei:

- der Supernovaexplosion
- der Zerstreuung von Sonnenmaterie in den interstellaren Raum

Die interstellare Materie wird später wieder für neue Sterne der nächsten Generation oder auch zur Bildung von Planeten genutzt. Die Supernovae sind sehr wichtig, da bei den extremen Energien Atomkerne zu höheren Elementen fusionieren. Ohne sie wäre das Eisen mit der Ordnungszahl 26 das schwerste Element.

Man nimmt an, dass Sterne bis zu zehn Sonnenmassen zu Neutronensternen werden. Dabei erfolgt der Zusammenbruch sehr schnell und ein Großteil der Masse wird abgestoßen, da er am Schluss nur 1,4 Sonnenmassen schwer sein darf.

4.5.SCHWARZESLOCH

Mit der Formel von Karl Schwarzschild kann man den Radius berechnen, den ein Objekt mit einer bestimmten Masse haben muss, damit kein Teilchen (weder Masse noch Lichtwellen) mehr der starken Anziehungskraft entweichen kann. Man erkennt solche Objekte nur noch durch Röntgenstrahlung.

$$r = \frac{2 \cdot G \cdot m}{c^2}$$

$$r = \frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{(3 \cdot 10^8)^2} \approx 2965 \text{ m}$$

Unsere Sonne:

$$r = 7 \cdot 10^8 \text{ m}, m = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

Wenn also ein Stern mit der Masse unserer Sonne stark genug kontrahiert und eine Dichte von etwa $2 \cdot 10^{19} \text{ kg/m}^3$ erreicht, wird er zu einem **Schwarzen Loch**. Diesen Radius nennt man auch „Ereignishorizont“ (engl. „Event Horizon“), da hinter ihm kein Ereignis für einen Außen stehenden sichtbar ist. Außerdem steht die Zeit dahinter für den Beobachter still, was mit Hilfe der speziellen Relativitätstheorie erklärt werden kann:

$$t_B = t \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

t_B = Die Zeit ,die für den Beobachter vergeht

t = Die Zeit ,die innerhalb des Horizonts vergeht

v = Die Geschwindigkeit des Objekts

c = Lichtgeschwindigkeit

Da im Schwarzen Loch die Fluchtgeschwindigkeit gleich der Lichtgeschwindigkeit ist, kann kein Objekt „hinaus“ kommen, also auch kein Licht. Wenn man in die Formel für v die Lichtgeschwindigkeit, also c , einsetzt, ergibt die rechte Seite der Gleichung Null. Daher ist die Zeit, die der Außen stehende beobachtet gleich Null, sie steht praktisch still.